

# Repetitorium Höhere Mathematik

7. Auflage 2016

Fehlerverzeichnis Jan. 2017

Seite	Zeile	statt	richtig
103	11. vo	$= \sqrt[n]{r} e^{i(\frac{\varphi}{n} + k \cdot \frac{2\varphi}{n})}$	$= \sqrt[n]{r} e^{i(\frac{\varphi}{n} + k \cdot \frac{2\pi}{n})}$
103	12. vo	$= e^{ik \cdot \frac{2\varphi}{n}} \cdot \sqrt[n]{r} e^{i\frac{\varphi}{n}}$	$= e^{ik \cdot \frac{2\pi}{n}} \cdot \sqrt[n]{r} e^{i\frac{\varphi}{n}}$
569	17. vo	Häufungspunkt 329	Häufungswert 329
479	11. vo	$\underline{\underline{\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x^2 + 3x + 1 \\ -3x^2 - 4x \end{pmatrix} + c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^x + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{5x} .}}$	$\underline{\underline{\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3x^2 - 4x \\ 2x^2 + 3x + 1 \end{pmatrix} + c_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} e^x + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{5x} .}}$

Wir danken Herrn Dr. Vanselow aus Dresden für seine Hinweise, die zu folgenden Änderungen geführt haben.

**18.69** Sei  $F : z = \frac{1}{2}(x^2 + y^2), x^2 + y^2 \leq 4$  ein Paraboloid (Schale) und  $\vec{f} := (y, xy, x)$ . Man verifiziere STOKES  $\int_F \text{rot } \vec{f} d\vec{F} = \int_K \vec{f} d\vec{x}$ .

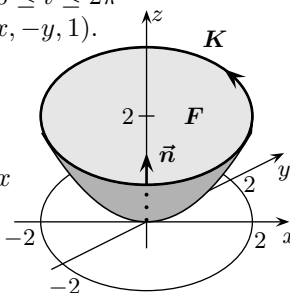
$\vec{f}$  ist stetig differenzierbar und  $F : \vec{x}(x, y) = (x, y, \frac{1}{2}(x^2 + y^2)), x^2 + y^2 \leq 4$  ist bezüglich der Randkurve  $K : \vec{x}(t) = 2(\cos t, \sin t, 1), 0 \leq t \leq 2\pi$  positiv orientiert mit Normalenvektor  $\vec{n} = \vec{x}_x \times \vec{x}_y = (-x, -y, 1)$ .

(1) Flussintegral der Rotation durch  $F$ :

Es ist  $\text{rot } \vec{f} = (0, -1, y-1)$  und  $d\vec{F} = \vec{n} dF$

$$\begin{aligned} \int_F \text{rot } \vec{f} d\vec{F} &= \int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} (0, -1, y-1) \cdot (-x, -y, 1) dy dx \\ &= \int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} (2y-1) dy dx \stackrel{(*)}{=} \int_{-2}^2 [y^2 - y]_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} dx \\ &= 2 \int_0^2 -2\sqrt{4-x^2} dx = -4 \cdot \frac{1}{2} [x\sqrt{4-x^2} + 4 \arcsin \frac{x}{2}]_0^2 = \dots = \underline{\underline{-4\pi}}. \end{aligned}$$

Alternativ in Polarkoordinaten:  $\stackrel{(*)}{=} \int_0^{2\pi} \int_0^2 2r \sin \varphi - 1) r dr d\varphi = \dots = \underline{\underline{-4\pi}}$ .



(2) Zirkulation von  $\vec{f}$  längs des Randes  $K$ :

$\vec{f}(\vec{x}(t)) = (2 \sin t, 4 \cos t \sin t, 2 \cos t)$  und  $\dot{\vec{x}}(t) = (-2 \sin t, 2 \cos t, 0)$ , also

$$\int_K \vec{f} d\vec{x} = \int_0^{2\pi} \vec{f}(\vec{x}(t)) \dot{\vec{x}}(t) dt = \int_0^{2\pi} (-4 \sin^2 t + 8 \cos^2 t \sin t) dt = \dots = \underline{\underline{-4\pi}}.$$

### 18.8 Aufgaben

**18.77** Man skizziere das Möbiusband

$$\vec{x}(t, \varphi) = \left( (3 + t \cos \frac{\varphi}{2}) \cos \varphi, (3 + t \cos \frac{\varphi}{2}) \sin \varphi, t \sin \frac{\varphi}{2} \right),$$

$t \in [-1, 1], \varphi \in [0, 2\pi]$ .

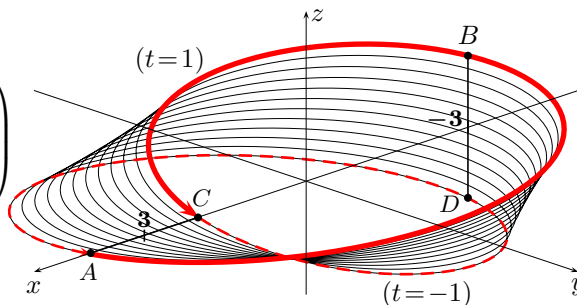
**18.78** Aufgabe bitte streichen

### 18.9 Lösungen

**18.77** Möbiusband

$$\vec{x}(t, \varphi) = \begin{pmatrix} (3 + t \cos \frac{\varphi}{2}) \cos \varphi \\ (3 + t \cos \frac{\varphi}{2}) \sin \varphi \\ t \sin \frac{\varphi}{2} \end{pmatrix}$$

$t \in [-1, 1], \varphi \in [0, 2\pi]$



$$\begin{aligned} A = \vec{x}(1, 0) &= (4, 0, 0) = \vec{x}(-1, 2\pi), & B = \vec{x}(1, \pi) &= (-3, 0, 1) \\ C = \vec{x}(1, 2\pi) &= (2, 0, 0) = \vec{x}(-1, 0), & D = \vec{x}(-1, \pi) &= (-3, 0, -1) \end{aligned}$$

Das Möbiusband ist eine Fläche, die nur eine Seite und nur eine Randkurve hat. Sie ist nicht orientierbar.

**18.78** Lösung bitte streichen

# Repetitorium Höhere Mathematik

## 6. Auflage 2010 Fehlerverzeichnis Dez. 2015

Zu den Fehlern der 7. Auflage kommen noch folgende in der 6. Auflage:

Seite	Zeile	statt	richtig
11	2. vo	$R \quad \rho \quad \text{rho}$	$P \quad \rho \quad \text{rho}$
75	6.-8. vo	180	$180^\circ$
150	15. vo	$E : -\frac{2}{\sqrt{29}} - \frac{3}{\sqrt{29}} - \frac{4}{\sqrt{29}} = \frac{4}{\sqrt{29}}$	$E : -\frac{2}{\sqrt{29}}x - \frac{3}{\sqrt{29}}y - \frac{4}{\sqrt{29}}z = \frac{4}{\sqrt{29}}$
179	2. vu	$0x_3 = -\frac{2}{35}$	$0 \cdot x_3 = -\frac{22}{35}$
289	2. vu	$= -\frac{2}{\sqrt{13}} \operatorname{artanh} \frac{2x+3}{\sqrt{13}} + C = \frac{1}{\sqrt{13}} \ln \left  \frac{2x+3-\sqrt{13}}{2x+3+\sqrt{13}} \right  + C = \begin{cases} -\frac{2}{\sqrt{13}} \operatorname{artanh} \frac{2x+3}{\sqrt{13}} + C, & \text{für }  2x+3  < \sqrt{13}, \\ -\frac{2}{\sqrt{13}} \operatorname{arcoth} \frac{2x+3}{\sqrt{13}} + C, & \text{für }  2x+3  > \sqrt{13}. \end{cases}$	
333	11. vu	$= q^n \sum_{k=0}^{\infty} q =$	$= q^n \sum_{k=0}^{\infty} q^k =$
336	9. vo	folgenden Folgen	folgenden Reihen
368	4. vo	$\sum_{n=0}^{\infty}$ viermal	$\sum_{n=1}^{\infty}$ viermal
415	10. vu	<b>15.73</b> $dw = (2x dx - 2y dy)(x - y)^{-2}$	<b>15.73</b> $dw = (2x dy - 2y dx)(x - y)^{-2}$
417	1. vo	rel. Max. bei $(0, \sqrt{\frac{3}{5}})$ , rel. Min. bei	rel. Min bei $(0, \sqrt{\frac{3}{5}})$ , rel. Max. bei
425	11. vu	$= \frac{2xy-2y^2}{1-xy} = \frac{2y(x-y)}{1-xy}$	$= \frac{2xy-2y^2}{1-xy^2} = \frac{2y(x-y)}{1-xy^2}$
433	11. vo	$A(t) = \int \frac{V}{L+Vt} dt =$	$A(t) = - \int \frac{V}{L+Vt} dt = -\ln(L + Vt)$
464	3. vu	DGL-System $(n - 1)$ -ter Ordnung	DGL-System 1. Ordnung
479	11. vo	$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x^2 + 3x + 1 \\ -3x^2 - 4x \end{pmatrix} + c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^x + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{5x}.$	$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3x^2 - 4x \\ 2x^2 + 3x + 1 \end{pmatrix} + c_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} e^x + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{5x}.$
481	5. vu	$x^2 y'' + xy' + 2y = 0$	$x^2 y'' + xy' + 2y = 0, x > 0$
483	11. vu	(b) $y = c_1 x \cos(\ln x) + c_2 x \sin(\ln x)$	(b) $y = c_1 \cos(\sqrt{2} \ln x) + c_2 \sin(\sqrt{2} \ln x)$
521	5. vu	$V = \dots = 2 \int_0^R (R^2 - x^2) dx = \underline{\underline{\frac{4}{3}\pi R^3}}$ .	$V = \dots = 2\pi \int_0^R (R^2 - x^2) dx = \underline{\underline{\frac{4}{3}\pi R^3}}$ .
535	12. vu	$\operatorname{div} \vec{v} = \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho^2 \frac{1}{\rho^2}) + \frac{1}{\rho \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \rho} (0) + \frac{1}{\rho \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} (0) = \underline{\underline{0}}$	$= \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho^2 \frac{1}{\rho^2}) + \frac{1}{\rho \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (0) + \frac{1}{\rho \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} (0)$
539	13. vo	$\int_a^b (f(\vec{x}(t))\dot{\vec{x}}(t) + g(\vec{x}(t))\dot{y}(t) + h(\vec{x}(t))\dot{z}(t)) dt$	$\int_a^b (f(\vec{x}(t))\dot{x}(t) + g(\vec{x}(t))\dot{y}(t) + h(\vec{x}(t))\dot{z}(t)) dt$
543	6. vu	$\frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial x} =$	$\frac{\partial \Phi}{\partial x} =$
557	6. v0	Man berechne $\int_K xy dx + y dy - x dz$ für	Man berechne $\int_K xy dx + y dy$ für
558	6. vu	(a) $\frac{1}{3}$ , (b) $\frac{1}{12}$ , (c) $\frac{17}{30}$ , (d) $-\frac{1}{20}$ .	(a) $\frac{5}{6}$ , (b) $\frac{3}{4}$ , (c) $\frac{9}{10}$ , (d) $\frac{7}{10}$ .
F 4	7. vu	$\frac{1}{\sqrt{-\Delta}} \ln \frac{2ax+b-\sqrt{-\Delta}}{2ax+b+\sqrt{-\Delta}}$	$\frac{1}{\sqrt{-\Delta}} \ln \left  \frac{2ax+b-\sqrt{-\Delta}}{2ax+b+\sqrt{-\Delta}} \right $